

國中教育會考考前大特搜

第 17 期 / 編撰教師：柳源裕老師



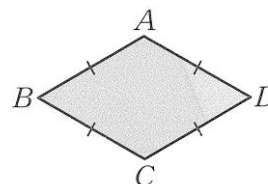
特搜 1-平行與四邊形(3)

重要性：★★★★★

※ 特殊的平行四邊形

一、菱形：

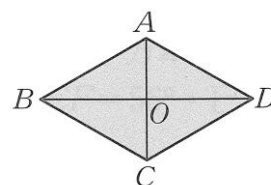
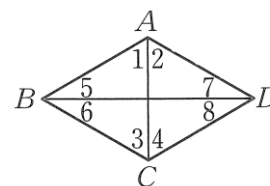
1. 由對角線互相平分的四邊形為平行四邊形，

可知 **菱形、矩形與正方形都是平行四邊形**。2. **四邊都相等**的四邊形稱為**菱形**。例：如圖， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ ，則四邊形 $ABCD$ 是菱形。

3. 菱形是平行四邊形的一種，但平行四邊形不一定是菱形。

4. 菱形的特性：

(1) 菱形具備有平行四邊形的所有性質。

(2) 菱形是線對稱圖形，**兩條對角線**為其對稱軸。(3) 菱形的**對角線互相垂直平分**。例：右上圖菱形 $ABCD$ 中， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 為對角線且交於 O 點，則： $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直平分。(4) **菱形的兩條對角線分別平分四內角**。例：菱形 $ABCD$ ， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 平分四個內角，即 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ， $\angle 5 = \angle 6$ ， $\angle 7 = \angle 8$ 。5. 菱形的**面積等於兩條對角線乘積一半**。(箏形亦同)

6. 菱形的判別性質：

- (1) 四邊均相等的四邊形必為菱形。
- (2) 對角線互相垂直平分的四邊形必為菱形。

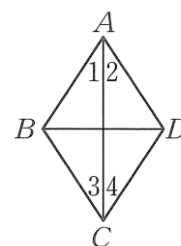
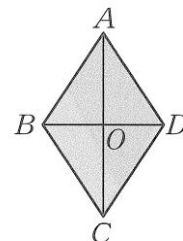
例：如圖四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ 。

則：四邊形 $ABCD$ 必為菱形。

- (3) 對角線分別平分頂角的四邊形是菱形。

例：如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ 、 $\angle BCD$ ，

$\overline{BD}$ 平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ ，則：四邊形 $ABCD$ 必為菱形。



二、矩形：

1. 四個角都是直角的四邊形稱為矩形(長方形)。
2. 長方形必定是平行四邊形，但平行四邊形不一定是長方形。
3. 矩形的特質：

- (1) 矩形具有平行四邊形所有的性質。
- (2) 矩形是線對稱圖形，兩組對邊中點的連線為其兩條對稱軸。
- (3) 矩形的對角線互相平分且等長。

4. 矩形的判別性質：

- (1) 四內角均相等的四邊形必為矩形。
- (2) 對角線互相平分且等長的四邊形必為矩形。

三、正方形：

1. 四邊均相等，四個角都是直角的四邊形就是正方形。
2. 正方形性質：



(1) 正方形具有菱形、矩形所有的性質。

(2) 正方形的對角線互相垂直、平分且等長。

3. 平行四邊形、菱形、矩形、正方形與箏形的性質整理如下表：

圖形 性質		平行 四邊形	菱 形	矩 形	正 方 形	箏 形
對 角 線	互相平分	✓	✓	✓	✓	✗
	等長	✗	✗	✓	✓	✗
	互相垂直	✗	✓	✗	✓	✓
邊	兩組對邊互相平行	✓	✓	✓	✓	✗
	兩組對邊等長	✓	✓	✓	✓	✗
	四邊等長	✗	✓	✗	✓	✗
	兩組鄰邊等長	✗	✓	✗	✓	✓
角	兩組對角相等	✓	✓	✓	✓	✗
	四角相等	✗	✗	✓	✓	✗

四、梯形：

1. 一個四邊形中，只有一組對邊平行，另一組對邊不平行的四邊形稱為梯形。

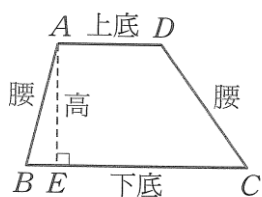
2. 上、下底：一梯形中，平行的兩邊分別稱為上底($\overline{AD}$)與下底($\overline{BC}$)。

3. 腰：一梯形中，不平行的兩邊稱為腰。

4. 高：一梯形中，兩底之間的距離稱為梯形的高。

5. 兩腰中點的連線段長等於上、下兩底之和的一半，且平行於上、下兩底。

6. 面積公式：梯形面積 = $\frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}$ 。

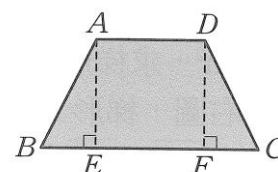


五、等腰梯形：

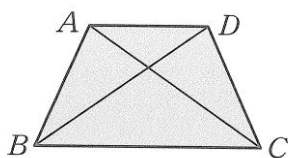
1. 兩腰等長的梯形稱為等腰梯形。

2. 等腰梯形的性質：

(1) 兩底角相等。

例：右圖等腰梯形 $ABCD$ 中，則： $\angle B = \angle C$ 。

(2) 兩對角線等長。

例：如圖等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則： $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。

同德高中部繁星說明會

4/25(六)10:00~12:00

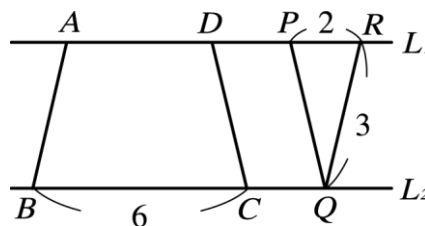
柳哥陪你考

1. (B)如圖， A 、 D 、 P 、 R 在直線 L_1 上， B 、 C 、 Q 在直線 L_2 上。若 $L_1 \parallel L_2$ ，四邊形 $ABCD$ 及 $ABQP$ 均為等腰梯形， $\triangle PQR$ 為等腰三角形，則梯形 $ABCD$ 的面積為何？〔93. 基測 II〕

(A) $4\sqrt{8}$ (B) $5\sqrt{8}$

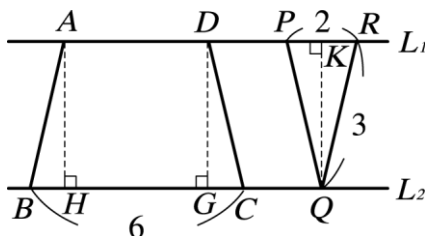
(C) 15

(D) 18

詳解：如下頁圖，過 A 作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 於 H $\because$ $ABCD$ 、 $ABQP$ 為等腰梯形， $\triangle PQR$ 為等腰三角形 $\therefore \overline{AB} = \overline{CD} = \overline{PQ} = \overline{QR} = 3$ ，作 $\overline{QK} \perp \overline{PR}$ 於 K ， $\overline{AH} = \overline{QK} = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$ $\Rightarrow \overline{BH} = 1$ ，作 $\overline{DG} \perp \overline{BC}$ 於 G $\because$ $ABCD$ 為等腰梯形 $\therefore \overline{CG} = \overline{BH} = 1$ 

$$\therefore \overline{AD} = \overline{BC} - \overline{BH} - \overline{CG} = 6 - 1 - 1 = 4$$

$$\text{梯形 } ABCD \text{ 面積} = \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AH} = \frac{1}{2} (4 + 6) \times \sqrt{8} = 5\sqrt{8} \text{ (平方單位)}$$



2. (B)如圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，其中 $\overline{AD} = 1$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{CD} = 8$ 。今自 B 點剪出 $\overline{BN}$ ，使得 $\overline{BN}$ 將梯形分成兩塊面積相等的圖形。若 N 在 $\overline{CD}$ 上，則 $\overline{DN} = ?$ [93. 基測 II]

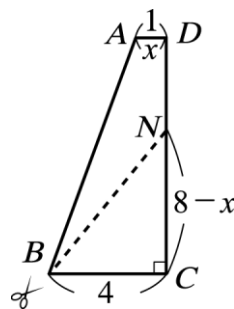
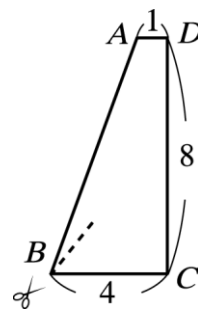
- (A) 1
(B) 3
(C) 4
(D) 5

詳解：設 $\overline{DN} = x$ $\because \overline{CD} = 8$ $\therefore \overline{CN} = 8 - x$ ，

$$\text{梯形 } ABCD \text{ 面積} = \frac{1}{2} (4 + 1) \times 8 = 20 \text{ (平方單位)}$$

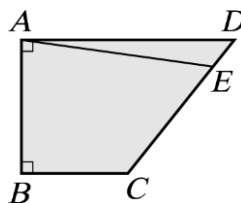
$$\because \triangle BCN \text{ 面積} = \frac{1}{2} \text{ABCD 面積} = 10 \text{ (平方單位)}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - x) = 10, 16 - 2x = 10 \quad \therefore x = 3$$



3. (C)如圖，梯形 ABCD 中， $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ ，E 點在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 4$ 。若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AD} = 8$ ，則四邊形 ABCE 的面積為何？[101. 基測]

- (A) 24
(B) 25



(C) 26

(D) 27

詳解：如圖，連接 $\overline{AC}$

$$\text{梯形 } ABCD \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times (8+4) \times 5 = 30$$

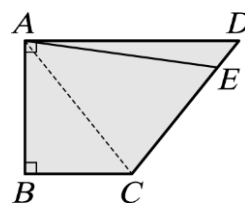
$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$$

$$\triangle ACD \text{ 面積} = \text{四邊形 } ABCD \text{ 面積} - \triangle ABC \text{ 面積} = 30 - 10 = 20$$

$$\triangle ADE \text{ 面積} : \triangle ACE \text{ 面積} = \overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 4$$

$$\Rightarrow \triangle ACE \text{ 面積} = \frac{4}{5} \times \triangle ACD \text{ 面積} = \frac{4}{5} \times 20 = 16$$

$$\begin{aligned} \text{四邊形 } ABCE \text{ 面積} &= \triangle ABC \text{ 面積} + \triangle ACE \text{ 面積} \\ &= 10 + 16 = 26 \text{ (平方單位)} \end{aligned}$$



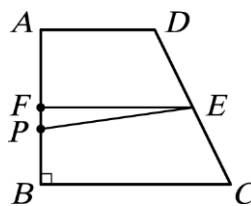
4. (D) 如圖，梯形 $ABCD$ 的兩底長為 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{BC} = 10$ ，中線為 $\overline{EF}$ ，且 $\angle B = 90^\circ$ 。若 P 為 $\overline{AB}$ 上的一點，且 $\overline{PE}$ 將梯形 $ABCD$ 分成面積相同的兩區域，則 $\triangle EFP$ 與梯形 $ABCD$ 的面積比為何？（註：梯形中線 = 梯形兩腰中點的連線段）〔99. 基測 I〕

(A) 1 : 6

(B) 1 : 10

(C) 1 : 12

(D) 1 : 16。



$$\text{詳解：} \overline{EF} = \frac{6+10}{2} = 8, \text{ 設 } \overline{AF} = \overline{FB} = h$$

$$\text{則梯形 } ADEF \text{ 面積} : \text{梯形 } FECD \text{ 面積} = \frac{(6+8) \times h}{2} : \frac{(8+10) \times h}{2} = 7 : 9$$

$$\therefore \triangle EFP \text{ 面積} : \text{梯形 } ABCD \text{ 面積} = \left(\frac{7+9}{2} - 7 \right) : (7+9)$$

$$= 1 : 16$$

